BAC 1991 SESSION DE CONTROLE

EXERCICE 1 : (6 points)

Soit, dans un plan P, une droite (D) et un point F n'appartenant pas à (D).
On considère la parabole (Γ) de foyer F et de directrice (D).

1/ Soit, dans le plan P, une droite (Δ) perpendiculaire à la droite (D). Construire géométriquement le point d'intersection de (Δ) et (Γ).

2/ Soit, dans le plan P, la droite (Δ') passant par F et parallèle à la droite (D). Construire géométriquement le point d'intersection de (Δ') et (Γ).

2/ Soit, dans le plan P, une droite (Δ'') sécante à (D), passant par F et non perpendiculaire à la droite (D).
Construire géométriquement le point d'intersection de (Δ'') et (Γ).

N.B : On fera une figure à part pour chacune des questions.

EXERCICE 2 : **Hors programme**

PROBLEME : (10 points)

Le nombre n étant un entier naturel, on considère la famille de fonction f_n de $[0,2]$ dans IR définies par : $f_0(x) = \sqrt{x(2-x)}$ et $f_n(x) = x^n\sqrt{x(2-x)}$; $\forall n \geq 1$. On désigne par C_n la courbe représentative de f_n dans un plan (P) rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

A-1/ Etudier la continuité et la dérivabilité de f_n sur $[0,2]$.

2/ Montrer que toutes les courbes (C_n) passent par trois points fixes que l'on déterminera.

3/ Etudier les variations de f_n; en déduire que, pour chaque entier naturel n, il existe un réel u_n tel que $f_n(u_n)$ est un maximum absolu pour f_n. $f_n(u_n)$ sera noté v_n.

4/a- Calculer la limite de u_n quand n tend vers l'infini.

b- Calculer la limite de $\text{Log}(v_n)$ quand n tend vers l'infini et en déduire celle de v_n.

5/ Tracer, sur une même figure, les courbes (C_0) et (C_1).

B- Soit g l'application de $]0,2[$ dans IR définie par $g(x) = \text{Log}(f_0(x))$.

1/ Etudier les variations de g et construire sa courbe représentative (T) dans le plan (P).

2/ Soit h la restriction de g à $]0,1]$. Démontrer que h est une bijection de